

淡江大學 97 學年度碩士班招生考試試題

91-1

91-1

系別：財務金融學系 A 組

科目：統計學

| | |
|-----------|--------|
| 准帶項目請打「V」 | |
| ✓ | 簡單型計算機 |

本試題共 2 頁，7 大題

※ 下列證明題或計算題只寫答案，沒寫出運算證明過程不予計分

1. 設兩隨機變數 X 和 Y 的聯合機率密度函數(joint probability density function)為

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{e^{-x/y} e^{-y}}{y} & 0 < x < \infty, 0 < y < \infty \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

(a)(6%) 試求條件機率 $P(X > 1 | Y = y)$ 。

(b)(6%) 試求條件期望值 $E(X | Y = y)$ 。

2. 電信局資料顯示一分鐘內用戶打「104」電話的平均次數為 4 次：(註：自然指數 e 不用解開)：

(a)(4%) 試用 Poisson distribution 求 30 秒內打進 1 次及 1 次以上「104」電話之機率？

(b)(4%) 試用 exponential distribution 求 30 秒內打進 1 次及 1 次以上「104」電話之機率？

3. 令常態隨機變數 $X \sim N(\mu_X, \sigma_X^2)$ 與 $Y \sim N(\mu_Y, \sigma_Y^2)$ ，其中 X 和 Y 之間的相关係數(coefficient of correlation) $\rho_{X,Y} = -1$ 。(其中 a, b, c 為常數)

(a)(6%) 令 $Y = a + bX$ ，試求 a 和 b 。

(b)(4%) 令 $W = cX + (1-c)Y$ ，若要使 W 的變異數等於零(即 $\sigma_W^2 = 0$)，試求 c 為何？

4. 自母體平均數為 μ ，母體變異數為 σ^2 的母體機率分配(任何形式的分配)中抽取一個樣本數 n 大於 3 的獨立隨機樣本 X_1, X_2, \dots, X_n ，試考慮 μ 的兩個估計式 \hat{W} 和 \hat{Z} ，定義：

$$\hat{W} = X_1 + \frac{1}{2}X_2$$

$$\hat{Z} = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{4}X_2 + \frac{1}{4}X_3$$

(a)(8%) 這兩個估計式，何者為母體平均數為 μ 的不偏估計式？證明之。

(b)(10%) 試計算出這兩個估計式的平均平方誤差($MSE(\hat{\theta}) = E[(\hat{\theta} - \theta)^2]$ ， $\hat{\theta}$ 為 θ 之估計式)。

(c)(2%) 試比較二者之相對有效性。

5.(10%) 假設母體 X 為常態分配，母體標準差 $\sigma = 1.6$ ，根據一個大小為 $n = 16$ 的隨機樣本，以樣本平均數 \bar{X} 作為檢定統計量，檢定下列對母體平均數的假設：

$$H_0: \mu = 5$$

$$H_1: \mu = 3.558$$

茲決定若 $\bar{X} < 4.342$ ，則拒絕虛無假設 H_0 。試計算犯型 I 錯誤(Type I error)的機率 α 和犯型

本試題雙面印製

淡江大學 97 學年度碩士班招生考試試題

91-2

91-2

系別：財務金融學系 A 組

科目：統計學

| | |
|-----------|--------|
| 准帶項目請打「V」 | |
| ✓ | 簡單型計算機 |

本試題共 2 頁，7 大題

6.(16%)為瞭解甄試入學學生進入大學後，其學習過程是否比一般生有更良好的適應，或是各方面的表現優於一般生等問題，某教授在 94 年的淡江大學應屆大學畢業生中，針對當初入學時為一般生(考試分發入學)、學校推薦和個人申請等三類學生，獨立隨機各抽取 400、10、60 名學生，以四年的平均成績作為「學業表現」，而進行變異數分析(ANOVA)。統計資料如下：

| | 一般生 | 個人申請 | 學校推薦 |
|-------|-----|------|------|
| 學生人數 | 400 | 60 | 10 |
| 平均數 | 78 | 80 | 82 |
| 樣本標準差 | 5 | 7 | 6 |

利用上述資訊試完成下列之變異數分析表(空格(1)~(8))：

| 變異來源 | 自由度(df) | 平方和(SS) | 平均平方和(MS) | F |
|------------|---------|---------|-----------|-----|
| 因子變異(入學方式) | (1) | (4) | (6) | (8) |
| 隨機變異 | (2) | (5) | (7) | |
| 總變異 | (3) | | | |

7.利用矩陣表示下列簡單線性迴歸估計式如下：

$$Y_{n \times 1} = X_{n \times 2} \hat{\beta}_{2 \times 1} + \varepsilon_{n \times 1}$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix}$$

利用下列相關矩陣資料，試回答下列各小題：

$$X'X = \begin{bmatrix} 5 & 15 \\ 15 & 55 \end{bmatrix}, \quad (X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} 1.1 & -0.3 \\ -0.3 & 0.1 \end{bmatrix},$$

$$XY = \begin{bmatrix} 760 \\ 2380 \end{bmatrix}, \quad YY = [116550]$$

- (a)(8%) 試估計迴歸係數(即計算出 b_0, b_1)。
- (b)(8%) 試求 b_0, b_1 的變異數 $S^2(b_0)$ 與 $S^2(b_1)$ 。
- (c)(8%) 試求判定係數(coefficient of determination) r^2 。